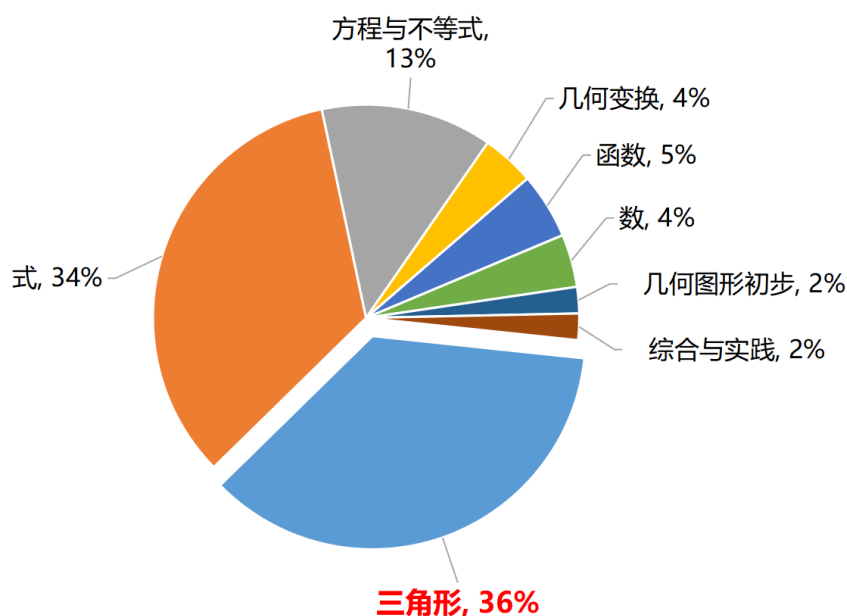


第1讲全等三角形的性质与判定

三角形是所有图形的基础，属于人教版教材第十一、十二、十三章的重点内容，涉及到三角形、全等三角形、轴对称等知识点，体系结构较为完整，同时也是期中、期末考试的重要考察点。本模块《全等三角形初步》，重点包括全等三角形的性质、判定及其综合运用，需要学生在理解概念的基础上，总结一定的解题思路，为后续角平分线，垂直平分线的学习奠定基础。

本模块难度中等，适用于全等三角形的专题学习，本模块分为全等三角形的性质与判定、全等三角形的证明、全等三角形基本辅助线3讲内容，配套练习与讲义内容完全对照，帮助学生巩固薄弱点和易错点。

知己知彼



知识点	难度	考频
全等三角形的性质	★★★	高
全等三角形的判定	★★★	高
变换型全等	★★★	中
二次全等	★★★★	高
全等三角形基本辅助线	★★★★	中

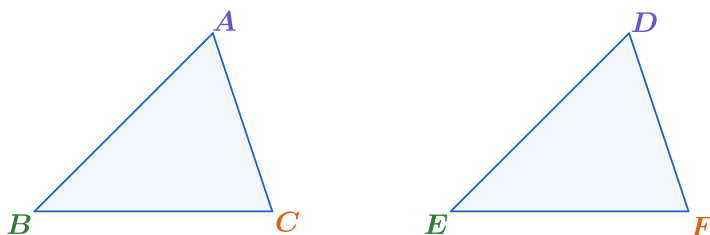


一、全等三角形的概念

能够_____的两个图形就是全等图形．能够_____的两个三角形叫作**全等三角形**．

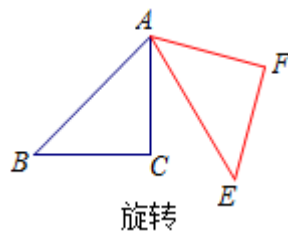
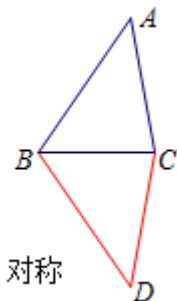
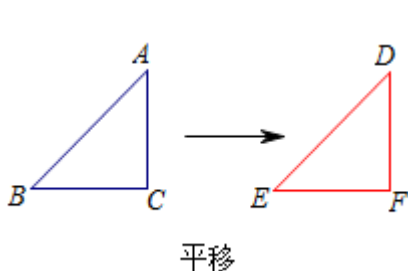
能够相互重合的顶点、边、角分别叫作_____、_____、_____．

全等符号“ $\cong$ ”读作“_____”．



如图， $\triangle ABC$ 全等于 $\triangle DEF$ ，记作_____

一个三角形经过_____、_____、_____后，位置变化了，但是形状、大小都没有改变，即_____前后的图形全等．



🧠 举个“栗子”

栗子1

1. 下列说法：①能够完全重合的图形叫做全等形；
②全等三角形的对应边相等、对应角相等；
③全等三角形的周长相等、面积相等；
④所有的等边三角形都全等；
⑤面积相等的三角形全等．

其中正确的说法有（ ）．

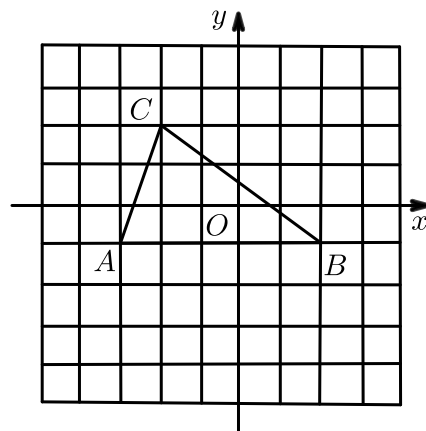
A. 4个

B. 3个

C. 2个

D. 1个

2. 数学上把在平面直角坐标系中横纵坐标均为整数的点称为格点，顶点为格点的三角形称为格点三角形，如图，平面直角坐标系中每小方格边长单位1，以 AB 为一边的格点 $\triangle ABP$ 与 $\triangle ABC$ 全等（重合除外），则方格中符合条件的点 P 有（ ）。

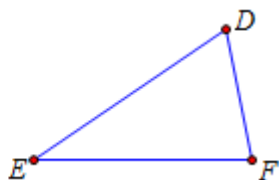
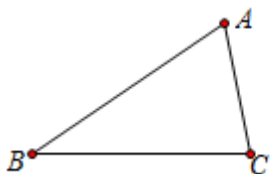


- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

二、全等三角形的性质

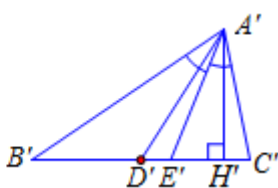
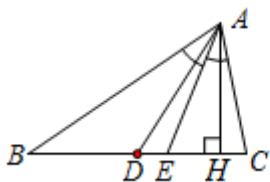
全等三角形的对应边_____，全等三角形的对应角_____

如图 $AB=$ ____， $AC=$ ____， $BC=$ ____， $\angle A=$ ____， $\angle B=$ ____， $\angle C=$ ____。



【拓展】

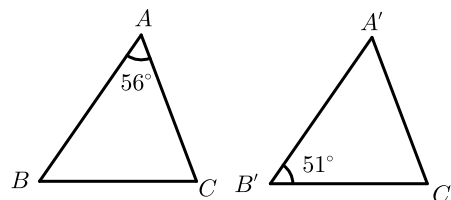
- ① 全等三角形对应边上的_____相等，对应边上的_____相等，对应角的_____相等。
② 全等三角形的_____相等，_____相等。



举个“栗子”

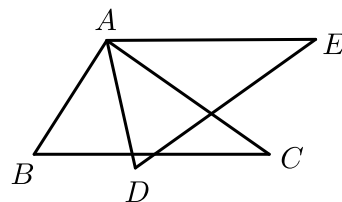
栗子3

3. 如图, $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$, 则 $\angle C$ 的度数是 () .



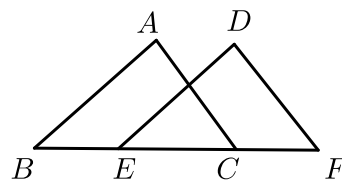
- A. 51° B. 56° C. 73° D. 107°

4. 如图, $\triangle ABC \cong \triangle ADE$, 则 $AB = \underline{\hspace{1cm}}$, $\angle E = \underline{\hspace{1cm}}$. 若 $\angle BAE = 120^\circ$, $\angle BAD = 40^\circ$, 则 $\angle BAC = \underline{\hspace{1cm}}$.



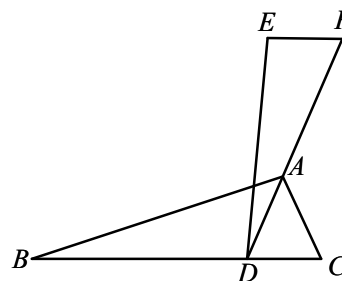
栗子4

5. 如图 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 点 A 与 D , B 与 E 分别是对应顶点, 且测得 $BC = 5\text{cm}$, $BF = 7\text{cm}$, 则 EC 长为 () .



- A. 1cm B. 2cm C. 3cm D. 4cm

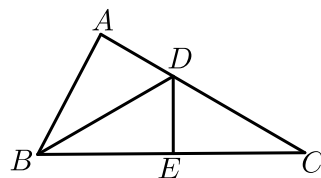
6. 如图, 已知 $\triangle ABC \cong \triangle EDF$, 点 F, A, D 在同一条直线上, AD 是 $\angle BAC$ 的平分线, $\angle EDA = 20^\circ$, $\angle F = 60^\circ$, 则 $\angle DAC$ 的度数是 () .



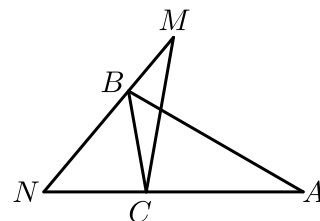
- A. 50° B. 60° C. 100° D. 120°

栗子5

7. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， D 、 E 分别是边 AC 、 BC 上的点，若 $\triangle ADB \cong \triangle EDB \cong \triangle EDC$ ，则 $\angle C$ 的度数为（ ）。



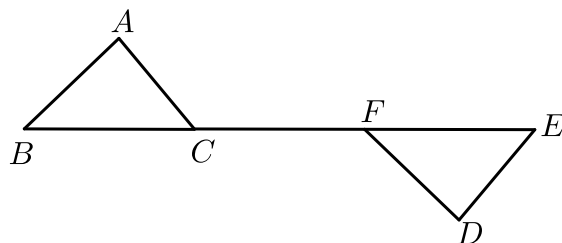
- A. 15° B. 20° C. 25° D. 30°
8. 如图， N ， C ， A 三点在同一直线上，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A : \angle ABC : \angle ACB = 3 : 5 : 10$ ，又 $\triangle MNC \cong \triangle ABC$ ，则 $\angle BCM : \angle BCN$ 等于（ ）。



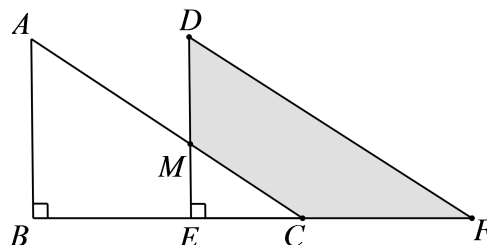
- A. $1 : 2$ B. $1 : 3$ C. $2 : 3$ D. $1 : 4$

栗子6

9. 如图，如果 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ， $\triangle DEF$ 周长是 32cm ， $DE = 9\text{cm}$ ， $EF = 13\text{cm}$ ，则 $AC =$ _____ cm 。



10. 若 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ， $AB = DE = 5\text{cm}$ ，若 $\triangle ABC$ 的面积为 10cm^2 ，则 $\triangle DEF$ 的边 DE 上的高为 _____ cm 。
11. 如图，将直角三角形 ABC 沿 BC 方向平移得到直角三角形 DEF ，若 $AB = 8$ ， $BE = 6$ ， $DM = 5$ ，则阴影部分的面积是 _____。

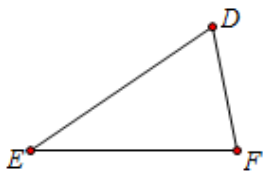
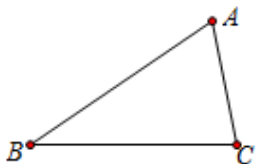


三、全等三角形的判定

1. SSS

1. 基本事实：_____ 分别 _____ 的两个三角形全等。（可以简写成 “_____” 或 “_____”）

【书写过程】



在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中

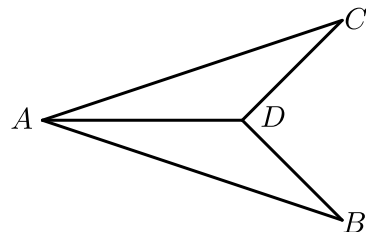
$$\begin{cases} AB = DE \\ AC = DF \\ BC = EF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF (SSS)$

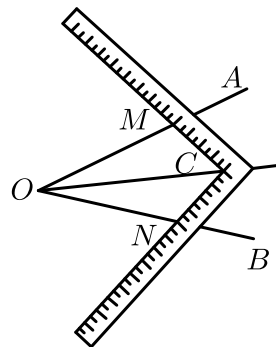
🍎 举个“栗”子

栗子7

12. 如图， $AB = AC$ ， $BD = DC$ ， $\angle BAC = 36^\circ$ ，则 $\angle BAD$ 为 _____。



13. 工人师傅常用角尺平分一个任意角．作法如下：如图所示， $\angle AOB$ 是一个任意角，在边 OA ， OB 上分别取 $OM = ON$ ，移动角尺，使角尺两边相同的刻度分别与 M ， N 重合，过角尺顶点 C 的射线 OC 即是 $\angle AOB$ 的平分线．这种作法的道理是（ ）。



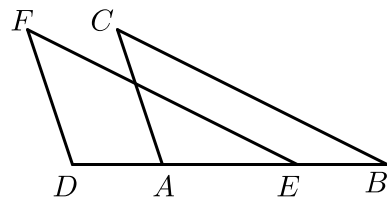
A. HL

B. SSS

C. SAS

D. ASA

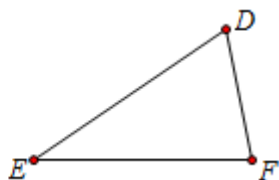
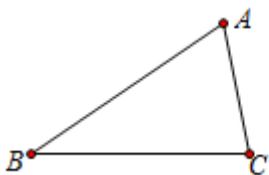
14. 如图，点 A, E 在线段 DB 上， $DA = EB$ ， $DF = AC$ ， $EF = BC$ 。求证 $\angle C = \angle F$ 。



2. SAS

2. 基本事实：_____和它们的_____分别相等的两个三角形全等
(可以简写成“_____”或“_____”)。

【书写过程】



在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中

$$\begin{cases} AB = DE \\ \angle B = \angle E \\ BC = EF \end{cases}$$

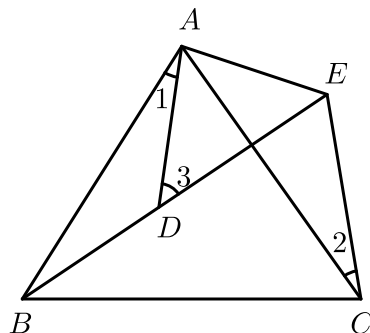
$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF (\text{SAS})$

【思考】已知两边及其一边的对角对应相等，能否判定两个三角形全等？

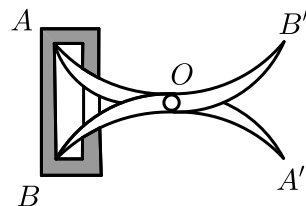
 举个“栗”子

 栗子8

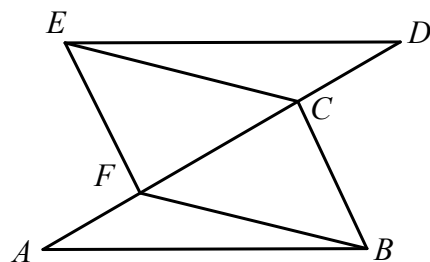
15. 如图， $AB = AC$ ， $AD = AE$ ， $\angle BAC = \angle DAE$ ， $\angle 1 = 24^\circ$ ， $\angle 2 = 30^\circ$ ，则 $\angle 3 = \underline{\quad\quad}^\circ$ 。



16. 如图，将两根钢条 AA' 、 BB' 的中点 O 连在一起，使 AA' 、 BB' 可以绕着点 O 自由转动，就做成了一个测量工件，由三角形全等得出 $A'B'$ 的长等于内槽宽 AB ；那么判定 $\triangle OAB \cong \triangle OA'B'$ 的理由是 () .



- A. 边角边 B. 角边角 C. 边边边 D. 角角边
17. 已知：如图， A 、 F 、 C 、 D 四点在同一直线上， $AF = CD$ ， $AB \parallel DE$ ，且 $AB = DE$.
求证：

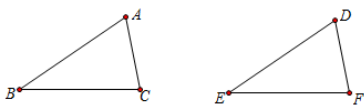


- (1) $\triangle ABC \cong \triangle DEF$
(2) $\angle CBF = \angle FEC$

3. ASA

3. 基本事实：_____ 和它们的 _____ 分别相等的两个三角形全等
(可以简写成 “_____” 或 “_____”) .

【书写过程】



在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中

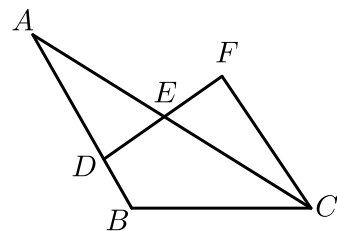
$$\begin{cases} \angle B = \angle E \\ BC = EF \\ \angle C = \angle F \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF (ASA)$$

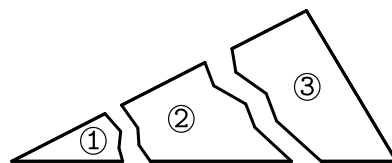
举个“栗子”

栗子9

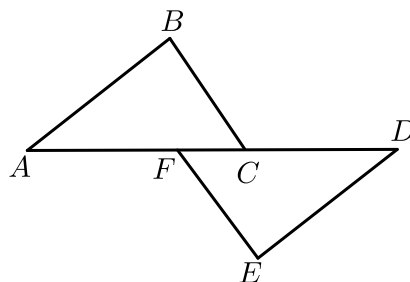
18. 如图, $AB \parallel CF$, E 为 DF 的中点, $AB = 10$, $CF = 6$, 则 $BD =$ _____.



19. 如图, 某同学把一块三角形的玻璃打碎成三片, 现在他要到玻璃店去配一块完全一样形状的玻璃. 那么最省事的办法是带 _____ 去配, 这样做的数学依据是 _____.



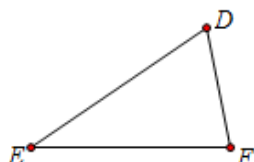
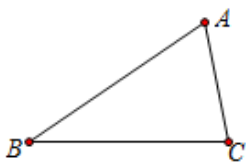
20. 如图, 点 A 、 F 、 C 、 D 在同一条直线上, 已知 $AF = DC$, $\angle A = \angle D$, $BC \parallel EF$, 求证:
 $AB = DE$.



4. AAS

4. 推论: _____ 和其中一角的 _____ 对应相等的两个三角形全等
(可以简写成 “_____” 或 “_____”).

【书写过程】



在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中

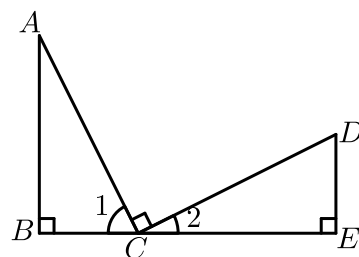
$$\begin{cases} \angle B = \angle E \\ \angle C = \angle F \\ AC = DF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF (AAS)$

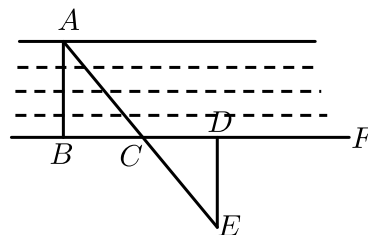
举个“栗子”

栗子10

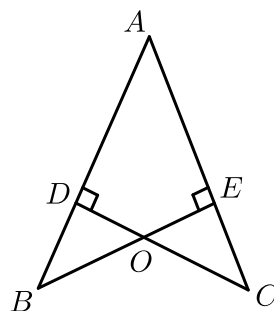
21. 已知：如图， $AC = CD$ ， $\angle B = \angle E = 90^\circ$ ， $AC \perp CD$ ， B 、 C 、 E 在同一条直线上，则不正确的结论是（ ）。



- A. $\angle A$ 与 $\angle D$ 互为余角 B. $\angle A = \angle 2$ C. $\triangle ABC \cong \triangle CED$ D. $\angle 1 = \angle 2$
22. 要测量河两岸相对的两点 A 、 B 的距离，先在 AB 的垂线上取两点 C 、 D ，使 $BC = CD$ ，再作出 BF 的垂线 DE ，使 E 与 A 、 C 在一条直线上（如图所示），可以说明 $\triangle EDC \cong \triangle ABC$ ，得 $ED = AB$ ，因此测得 ED 的长就是 AB 的长，判定 $\triangle EDC \cong \triangle ABC$ 最恰当的理由是（ ）。



- A. 边角边 B. 角边角 C. 边边边 D. 边边角
23. 如图， $AB = AC$ ， $CD \perp AB$ 于 D ， $BE \perp AC$ 于 E ， BE 与 CD 相交于点 O ，求证： $AD = AE$ 。

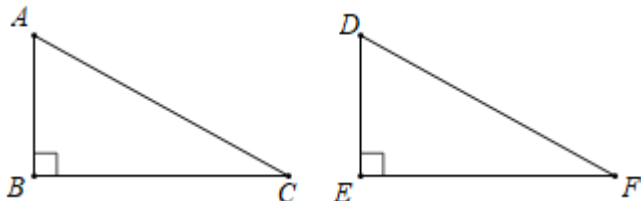


5. HL

5. 定理：_____和一条_____分别相等的两个直角三角形全等。

(可以简写成“_____”或“_____”)

【书写过程】



在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle DEF$ 中

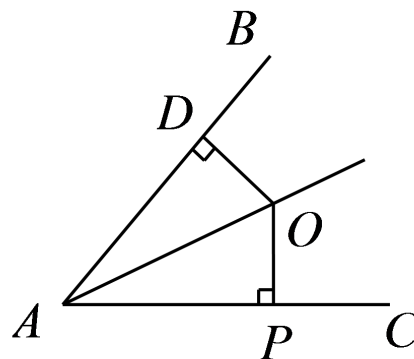
$$\begin{cases} AC = DF \\ AB = DE \end{cases}$$

$\therefore \text{Rt}\triangle ABC \cong \text{Rt}\triangle DEF (\text{HL})$

🍎 举个“栗”子

栗子11

24. 如图， $OD \perp AB$ 于点 D ， $PO \perp AC$ 于点 P ，且 $OD = OP$ ，则 $\triangle AOD$ 与 $\triangle AOP$ 全等的理由是（ ）。



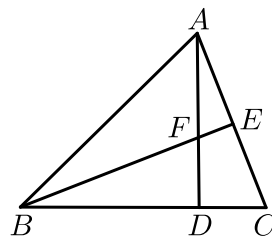
A. SSS

B. SAS

C. ASA

D. HL

25. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AD \perp BC$ 于点 D ， F 是 AD 上一点，延长 BF 交 AC 于点 E ，若 $BF = AC$ ， $DF = DC$ ，则 $\angle BEC$ 的大小是_____。



26. 如图, $AB = CD$, $DE \perp AC$, $BF \perp AC$, E, F 是垂足, $DE = BF$. 求证: $AB \parallel CD$.

